Revue des sciences de l'éducation

Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire

Paul Cobb, Marcela Perlwitz et Diana Underwood

Volume 20, numéro 1, 1994

Constructivisme et éducation

URI : https://id.erudit.org/iderudit/031700ar
DOI : https://doi.org/10.7202/031700ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)
1705-0065 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

Cobb, P., Perlwitz, M. & Underwood, D. (1994). Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *20*(1), 41–61. https://doi.org/10.7202/031700ar

Résumé de l'article

Nous distinguons d'abord l'approche traditionnelle en enseignement des mathématiques, typique des classes dont le fonctionnement s'appuie sur l'utilisation de manuels, et l'approche « investigative » mise en oeuvre dans des classes dont le fonctionnement est compatible avec la perspective constructiviste. Nous mettons ensuite l'accent sur cette approche « investigative » et analysons les tensions théoriques et pragmatiques qu'elle suscite en relation avec une conception de l'apprentissage des mathématiques conçu à la fois comme processus actif de construction individuelle et un processus d'acculturation. Une attention particulière est accordée aux façons dont le constructivisme et les théories socioculturelles abordent cet aspect. Nous traitons enfin du développement de certaines activités pédagogiques mises en oeuvre dans des classes de mathématiques à fonctionnement « investigatif ».

Revue des sciences de l'éducation, Vol. XX, n° 1, 1994, p. 41 à 61

Construction individuelle, acculturation mathématique et communauté scolaire

Paul Cobb
Professeur
Vanderbilt University

Marcela Perlwitz
Chercheuse

Diana Underwood
Chercheuse

Purdue University

Résumé – Nous distinguons d'abord l'approche traditionnelle en enseignement des mathématiques, typique des classes dont le fonctionnement s'appuie sur l'utilisation de manuels, et l'approche «investigative» mise en œuvre dans des classes dont le fonctionnement est compatible avec la perspective constructiviste. Nous mettons ensuite l'accent sur cette approche «investigative» et analysons les tensions théoriques et pragmatiques qu'elle suscite en relation avec une conception de l'apprentissage des mathématiques conçu à la fois comme processus actif de construction individuelle et un processus d'acculturation. Une attention particulière est accordée aux façons dont le constructivisme et les théories socioculturelles abordent cet aspect. Nous traitons enfin du développement de certaines activités pédagogiques mises en œuvre dans des classes de mathématiques à fonctionnement «investigatif».

Au cours des six dernières années, nous avons réalisé, en collaboration avec Erna Yackel et Terry Wood, un programme de recherche et de développement dans des classes de mathématiques[1] au primaire. Dans cet article, nous nous appuierons sur les expériences de collaboration que nous avons réalisées avec des enseignantes et sur des analyses de ce qui s'est produit dans leurs classes, pour aborder trois dimensions interreliées. Premièrement, nous établirons que l'enseignante et les élèves créent ensemble une certaine tradition mathématique au sein de la classe, ou microculture, et que cette microculture influence profondément l'activité mathématique et l'apprentissage des élèves. Des épisodes choisis seront utilisés en vue de clarifier la distinction entre la tradition des mathématiques scolaires (dans laquelle l'enseignante agit comme la seule autorité) et la tradition «investigative» (dans laquelle l'enseignante et les élèves constituent ensemble une communauté de validation). Deuxièmement, nous analyserons les tensions théoriques et pragmatiques inhérentes à la vision selon laquelle l'apprentissage des mathématiques est à la fois un processus de construction cognitive individuelle et un processus d'acculturation aux pratiques mathématiques de la société au sens large. En cours de route, nous mettrons en parallèle la façon constructiviste de composer avec cette tension et les approches mises de l'avant par les théories socioculturelles à cet effet. Nous nous appuierons enfin sur les aspects traités précédemment pour aborder le développement d'activités pédagogiques susceptibles d'éclairer l'approche investigative en classe.

Culture mathématique de la classe: les approches traditionnelles

Au cours de nos recherches, nous avons mené une série d'expérimentations avec des élèves âgés de sept et huit ans (deuxième et troisième années) provenant de milieux rural-suburbain et urbain où se retrouve majoritairement une population étudiante afro-américaine. Chacune de ces expérimentations s'est poursuivie durant une année scolaire complète et a nécessité une collaboration soutenue avec les enseignantes titulaires des cours. Le but de ces expérimentations était de développer des stratégies d'enseignement et des matériaux didactiques pouvant favoriser chez les élèves une construction personnelle de plus en plus sophistiquée d'opérations conceptuelles et de stratégies en mathématiques. Les données recueillies au cours de ces expérimentations étaient constituées de l'enregistrement vidéo de tous les cours donnés durant l'année scolaire, de l'ensemble des travaux écrits accomplis par les enfants, des notes de terrain, et enfin de l'enregistrement vidéo des entrevues effectuées avec les élèves au début, au milieu et à la fin de l'année scolaire. Environ cinquante enseignantes de deuxième et de troisième années utilisent couramment les activités pédagogiques développées au cours de ces expérimentations et s'en servent comme base de leur enseignement.

Notre intention initiale en amorçant le projet était d'utiliser des modèles cognitifs détaillés de concepts arithmétiques utilisés par les enfants (Steffe, Cobb et Glasersfeld, 1988; Steffe, Glasersfeld, Richards et Cobb, 1983) pour rendre compte de l'apprentissage des mathématiques tel qu'il se produit dans le contexte social de la classe. Ces modèles ont été développés en analysant des séquences d'enseignement clinique dans lesquelles un chercheur interagissait individuellement avec un enfant. Nous avions planifié d'étendre cette expérimentation d'un enseignement individuel à des classes en collaborant avec des enseignants et des enseignantes qui acceptaient de s'engager dans cette recherche-action. Ces expérimentations initiales nous ont toutefois rapidement convaincus que ces modèles cognitifs étaient en eux-mêmes insuffisants pour rendre compte de l'apprentissage mathématique des enfants.

Nous avons conduit notre première expérimentation dans une classe de deuxième année (7 ans). L'approche pédagogique générale développée de concert avec l'enseignante titulaire était centrée sur la résolution de problèmes et s'appuyait sur l'assertion constructiviste selon laquelle les élèves réorganisent leurs conceptions en vue d'éliminer les perturbations générées au cours de leurs expériences cognitives personnelles (Glasersfeld, 1987). Les activités pédagogiques étaient donc conçues pour être potentiellement problématiques pour les enfants à divers niveaux conceptuels. De plus, nous avons considéré les interactions sociales comme des sources potentielles de perturbation et nous avons fait en sorte de nous assurer que les enfants expliquent et justifient la façon dont ils interprètent et résolvent les problèmes proposés. Nous avons enfin mis l'accent prioritairement sur le développement, chez les enfants, d'une autonomie sur le plan intellectuel et social, souhaitant ainsi faire en sorte que l'enseignante et les enfants forment ensemble une communauté de validation.

Contrairement à nos attentes, il devint bientôt apparent que les visées pédagogiques de l'enseignante entraient en conflit avec les conceptions que les enfants avaient développées durant leur première année d'école, au sujet de leur propre rôle, du rôle de l'enseignante et de la nature générale de l'activité mathématique à l'école. L'enseignante a commencé alors, de sa propre initiative, à guider la renégociation des normes sociales de la classe (Cobb, Yackel et Wood, 1989). En guise d'exemple, l'incident critique qui suit est survenu au cours de la première journée d'école de l'année, alors que l'enseignante et les enfants discutaient des solutions apportées au problème suivant: «Il y a six coureurs par équipe. Deux équipes participent à la course. Combien y a-t-il de coureurs au total?» :

L'enseignante - Jack, à quelle réponse es-tu arrivé?
Jack - Quatorze.
L'enseignante - Quatorze. Comment es-tu arrivé à cette réponse?

Dans ce bref échange, l'enseignante souhaitait que Jack puisse expliquer comment il avait interprété et résolu le problème. Toutefois, Jack a semblé interpréter la question de l'enseignante comme une requête pour fournir une réponse et il a présumé que cette dernière évaluerait sa réponse. Au lieu de cela, celle-ci a accepté sa réponse telle que donnée sans l'évaluer et a reformulé de nouveau sa question initiale. Ce conflit d'interprétation indique que l'enseignante ne cherchait pas simplement à faire verbaliser la solution de Jack, mais qu'elle cherchait également à négocier avec lui une façon d'engager un discours mathématique dans la classe. L'épisode s'est poursuivi ainsi:

Jack - Parce que 6 plus 6 font 12. Deux coureurs sur deux équipes... (Jack cesse de parler, met ses mains sur le côté de sa figure et regarde en direction du plancher. Il regarde ensuite en direction de l'enseignante et d'une autre enfant, Anne. Il se retourne ensuite et regarde le fond du mur, le dos tourné à l'enseignante tout en murmurant de façon inaudible.)

L'enseignante - Pourrais-tu dire cela de nouveau? Je n'ai pas très bien saisi tout ce que tu as dit. Tu as dit que... Pourrais-tu me le dire de nouveau, s'il te plaît?

Jack	-	(En continuant à fixer le fond du mur) Il y a six coureurs dans chaque équipe.
L'enseignante	-	D'accord.
Jack	-	(En se retournant en direction de l'enseignante) J'ai fait une erreur. Ce n'est pas ça. Ce devrait être douze. (Il se retourne et regarde le fond du mur.)

Une fois qu'il se fut rendu compte que sa réponse était incorrecte, Jack a interprété cette situation comme en étant une qui devait susciter un profond embarras. Il réagissait en effet comme si l'enseignante avait évalué publiquement sa réponse. Ce conflit d'interprétation des attentes se trouvait à miner l'intention initiale de l'enseignante à l'effet que les élèves devaient exprimer publiquement leur raisonnement et, de façon plus générale, s'engager dans des pratiques mathématiques caractérisées par la conjecture, l'argumentation et la justification.

Ainsi, dans la mesure où Jack et l'enseignante avaient parlé de mathématiques, les thèmes traités concernaient la réponse et la solution de Jack. À ce point de l'épisode, l'enseignante a entrepris une nouvelle conversation dans laquelle l'enfant et elle ont échangé sur la façon de discuter des mathématiques en classe. La façon d'interpréter une situation dans laquelle une erreur a été commise est devenue alors un sujet explicite de conversation.

L'enseignante	-	(Avec douceur) Oh... ok. C'est donc correct de faire une erreur?
Andrew	-	Oui.
L'enseignante	-	Est-ce correct de faire une erreur, Jack?
Jack	-	Oui.
L'enseignante	-	Tu as compris que c'est correct. Aussi longtemps que tu seras dans ma classe, c'est correct de faire une erreur. Parce que moi-même, j'en fais tout le temps et que nous apprenons beaucoup à partir de nos erreurs. Jack a mentionné tantôt qu'il n'avait pas obtenu la réponse correcte du premier coup (Jack se retourne, regarde l'enseignante et sourit). Mais il a continué à travailler et il l'a trouvée.

Par contraste avec les extraits précédents au cours desquels l'enseignante et les élèves se sont entretenus au sujet des mathématiques, ce dernier extrait relève du *pattern* «demande d'explication – réponse – évaluation» typique du discours scolaire traditionnel (Mehan, 1979). L'énoncé évaluatif était dans le cas présent: «Tu as compris que c'est correct». À cette occasion, ainsi qu'en d'autres circonstances où elle a initié la négociation explicite des normes sociales de la classe, cette enseignante a cherché à indiquer aux enfants la façon dont ils devaient interpréter certaines situations particulières. Dans ce cas-ci, elle a mis l'accent sur le fait que les tentatives de Jack pour résoudre le problème étaient appropriées, tout en exprimant simultanément sa croyance à l'effet qu'il était plus important de contribuer à la discussion de la classe en expliquant sa solution que ce pouvait l'être de fournir une réponse correcte. Des observations effectuées ultérieurement dans cette classe ont indiqué que la majorité des interventions effectuées par cette enseignante pour guider la négociation des normes de la classe se sont révélées fructueuses.

Comme le suggère l'épisode précédent, une classe peut être considérée comme un lieu où se déroulent deux niveaux de conversation qui se supportent mutuellement: un lieu où l'on discute de mathématiques (l'enseignante et les enfants négocient des significations mathématiques); un lieu où l'on discute sur la façon de discuter des mathématiques (l'enseignante et les élèves négocient leurs attentes et les façons de procéder pour faire et pour parler des mathématiques).

Sur le plan cognitif, une telle distinction est analogue à la distinction que fait Lampert (1990) entre les croyances mathématiques et les croyances sur les mathématiques. Si l'on se rapporte à la philosophie et à la sociologie des sciences (Barnes, 1982; Latour, 1987), cette distinction est par ailleurs analogue à celle entre l'évolution d'un programme de recherche scientifique (ou tradition de recherche) et le développement de concepts et de théories à l'intérieur de ce programme.

Cette dernière analogie suggère qu'il est raisonnable de parler de l'activité d'initiation et d'orientation mise en œuvre par cette enseignante en termes d'une révolution kuhnienne dans la tradition mathématique de la classe (Cobb, Wood et Yackel, 1991). On notera ici que notre notion de tradition mathématique de la classe est étroitement liée à une variété d'autres construits théoriques incluant les notions de «pratique discursive de la classe» (Walkerdine, 1988), de «pratique scolaire traditionnelle» (Solomon, 1989), de «contrat didactique» (Brousseau, 1984) et de «microculture ou sous-culture de la classe» (Bauersfeld, Krummheuer et Voigt, 1988).

Au cours des années qui ont suivi cette première expérimentation en classe, nous avons continué à analyser les approches mathématiques utilisées dans des classes expérimentales et dans des classes conventionnelles s'appuyant sur l'utilisation du manuel. Nous avons suivi à cet égard l'exemple de Richards (1991) en appelant «approche investigative des mathématiques» et «approche scolaire traditionnelle des mathématiques» les approches respectivement mises en œuvre dans ces deux types de classe. Nos analyses suggèrent que les pratiques mathématiques conventionnelles telles qu'elles se font dans la plupart des classes traditionnelles ont les propriétés de ce que l'on pourrait appeler des «instructions procédurales» (Cobb, Wood, Yackel et McNeal, 1992). Ce sont des instructions au sens où leur transgression résulte en une inefficacité plutôt qu'en une erreur en tant que telle (Much et Shweder, 1978). Elles sont procédurales au sens où les symboles manipulés lors des pratiques mathématiques scolaires ne renvoient à rien d'autre qu'à eux-mêmes.

En guise d'illustration, considérons l'épisode suivant survenu dans une classe traditionnelle de troisième année avec des enfants de huit ans. L'enseignante et les enfants étaient occupés à effectuer quatre exercices tirés des manuels, chacun de ces exercices impliquant une collection illustrée formée de barres multibases (composées de 10 cubes) et de cubes individuels. Un des exercices impliquait trois barres et six cubes.

L'enseignante	- Combien de dizaines y a-t-il Monica?
Monica	- [...] (Pas de réponse).
L'enseignante	- Problème n° 3.
Monica	- Trois.
L'enseignante	- Combien en vois-tu, James?
James	- Quatre.
L'enseignante	- Pas dans le problème n° 3, James.
James	- [...] (Inaudible).
L'enseignante	- Six. Et quel nombre cela représente-t-il, James?
James	- Soixante.

À ce point-ci, l'interprétation que James donne à l'exercice et celle qu'en donne l'enseignante étaient clairement conflictuelles. On peut imaginer une variété de façons possibles selon lesquelles l'épisode aurait pu se poursuivre. Par exemple, l'enseignante aurait pu demander à James d'expliquer sa réponse ou encore, elle aurait pu demander aux autres enfants s'ils étaient d'accord ou non avec sa réponse. Au lieu de cela, leurs actions subséquentes ont indiqué que faire des mathématiques est d'abord un problème d'ordre procédural, une manière de faire suivre des instructions.

L'enseignante	- Regarde l'exercice n° 3. Combien vois-tu de dizaines? (Elle se déplace vers lui.)
James	- Trois.
L'enseignante	- Et combien d'unités, James?
James	- Six.
L'enseignante	- Et quel nombre cela fait-il, James?
James	- Soixante-trois.
L'enseignante	- Ok, regardons cela, James. Regarde, James, regarde. Combien de dizaines voyons-nous? Trois dizaines. Combien d'unités? Six unités.
James	- Trente-six.
L'enseignante	- Trente-six. Bien.

Si l'on considère ce que James a pu apprendre au cours de cet échange, il semble peu probable qu'il ait conceptualisé l'idée selon laquelle les dizaines sont elles-mêmes composées d'unités. Selon toute vraisemblance, il a trouvé une façon de produire une réponse acceptable pour l'enseignante en mettant l'accent sur les mots adéquats associés aux trois barres et six blocs. Il semble donc que cette enseignante a plus ou moins inconsciemment guidé la construction cognitive de cet enfant en s'appuyant sur une instruction procédurale ne faisant référence à rien d'autre qu'à elle-même. On note également qu'elle devait poser des questions de plus en plus spécifiques pour que James puisse donner une réponse qu'elle pourrait évaluer positivement et ainsi clore l'échange. Autrement dit, l'erreur initiale de James est traitée par l'enseignante comme un révélateur en quelque sorte de l'inefficacité de cet élève, au sens où celui-ci est incapable de participer au *pattern* «demande d'explication – réponse – évaluation» qui caractérise les interactions de cette classe.

De façon générale, une analyse du discours public de cette classe et d'autres classes qui s'appuient sur les manuels conventionnels ne fournit aucune indication à l'effet que les activités de manipulation de symboles développées à l'intérieur de l'approche scolaire traditionnelle s'articulent sur des actions qui leur donnent un sens, actions conduites mentalement sur des objets mathématiques abstraits. De plus, comme il n'y a rien par-delà les symboles auxquels l'enseignante et les enfants pourraient mutuellement se référer, apporter une explication implique dans ce contexte l'établissement d'une séquence d'instructions pour manipuler lesdits symboles. Les mathématiques telles qu'elles sont constituées interactivement dans ces classes constituent par conséquent une activité rituelle et autoréférentielle, coupée du vécu des enfants et de la résolution des problèmes contextuels qu'ils rencontrent en-dehors de l'école.

Par contraste, dans les classes investigatives, la manipulation de symboles conventionnels prenait typiquement la forme d'une action sur des objets mathématiques partagés par les enfants. Par exemple, au cours de la première expérience d'enseignement que nous avons conduite dans une classe de deuxième année, les enfants ont proposé 52, 42 et 48 comme réponses à un exercice qui consistait à trouver combien devait être ajouté à 38 pour compléter une collection illustrée de huit barres de dix cubes et six cubes individuels (c'est-à-dire 86). L'enseignante a alors articulé son intervention sur cette dimension conflictuelle des réponses des enfants, en présentant ces diverses réponses comme un problème qui requérait une solution: «Comment allons-nous arranger cela? Nous avons trois réponses différentes». Les élèves qui avaient donné 48 comme réponse ont expliqué leur solution ainsi:

Jason	-	Nous avons retiré 50 (cinq des huit barres de dix). Il nous restait trente, et ici, il y a six cubes individuels. Donc, nous savons que ça ne fonctionne pas.
L'enseignante	-	D'accord.
Jason	-	Nous devons enlever deux unités d'une des barres de dix (que nous avons retirées) et les ajouter aux 30, et ça fait... et ça fera 48 (que nous avons enlevées).
L'enseignante	-	Quarante-huit. Ok. Qui a procédé autrement?

La métaphore d'une action s'effectuant dans la réalité physique était implicite dans l'explication de Jason, ce qui suggère qu'il expérimentait les nombres comme des objets arithmétiques abstraits, mais des objets pouvant néanmoins être manipulés. De façon générale, cette métaphore d'une action s'effectuant dans la réalité physique se dégageait du discours de la plupart des élèves, et ce, que les énoncés reliés à la tâche aient comporté ou non des illustrations ou des diagrammes.

Alors que l'épisode précité se poursuivait, un enfant a mentionné qu'il était d'accord avec 48. L'enseignante a demandé alors à Chuck (un partenaire de l'équipe de travail de cet enfant) son opinion à ce sujet:

Chuck	- Je suis d'accord avec 48.
L'enseignante	- Pourquoi es-tu d'accord avec ça? J'aimerais que tu me l'expliques.
Chuck	- Bien, comme ça [...] (En haussant les épaules).
L'enseignante	- Ce n'est pas une réponse satisfaisante, Chuck. Avez-vous entendu la réponse de Chuck? (En s'adressant à la classe). Regardez-moi. Ceci est la réponse de Chuck (Elle fait le geste de secouer les épaules). Ce n'est pas suffisant.

Dans ce cas, Chuck était inefficace, et ce, même s'il était en accord avec la réponse correcte. Par contre, les enfants qui pouvaient expliquer comment ils étaient arrivés à une réponse qui s'est révélée ultérieurement incorrecte ont continué de fonctionner efficacement dans la classe. L'enseignante a fait d'ailleurs explicitement référence à cet incident à la fin de l'épisode: «Ce n'est pas important que vous arriviez à 48, 47, 49 ou à quelque chose d'autre. Ce qui compte, ce n'est pas que votre réponse soit correcte, mais la façon dont vous êtes arrivés à votre réponse». Dans cette classe, la conséquence de la transgression d'une norme mathématique était donc une erreur en elle-même plutôt qu'une inefficacité.

De manière générale, cet épisode indique qu'être efficace dans une classe «investigative» consiste à s'engager dans une argumentation mathématique. Dans le cadre de ce processus, les élèves doivent fournir des explications et des justifications telles que les autres élèves puissent être en mesure d'interpréter ces dernières en termes d'actions sur des objets mathématiques. Il semble que l'enseignante et les enfants qui fonctionnent selon cette approche agissent dans le cadre d'une réalité mathématique partagée socialement («taken-as-shared») et qu'ils construisent une telle réalité au cours de la négociation progressive des significations mathématiques. Dire que ces négociations définissent la nature d'une telle réalité mathématique revient à dire que les arguments qui font consensus établissent des «vérités mathématiques» plutôt que de spécifier des instructions procédurales. Soulignons ici que l'usage du terme «vérité» n'implique pas que des pratiques et des significations mathématiques particulières sont ahistoriques et immuables, ou que les objets mathématiques puissent exister indépendamment de l'activité humaine (à la manière des essences de Platon). Nous considérons à cet égard «inattaquable» la critique qu'adresse Glasersfeld (1990) à la notion de vérité considérée en tant que correspondance au réel. Nous souscrivons également aux conceptions de Peirce (1935), Rorty (1978), Bernstein (1983) et de plusieurs autres à l'effet que les vérités sont établies par des membres d'une communauté et que ces vérités exercent une fonction régulatrice à l'intérieur de ces communautés. C'est pourquoi les membres d'une communauté qui transgressent une vérité communément établie sont enjoints d'expliquer et de justifier leurs actions, et ce, d'une façon qui puisse rejoindre les procédures argumentatives de ladite communauté. Au cours de ce processus, la «vérité» en question de même que les procédures argumentatives de la communauté peuvent être modifiées.

L'opposition que nous venons de décrire entre l'approche scolaire traditionnelle et l'approche investigative, d'une part, et entre les vérités mathématiques et les instructions procédurales, d'autre part, est exprimée avec concision dans l'observation de Davis et Hersh (1981, p. 43-44) à l'effet que «les mathématiciens sont conscients de faire référence à une réalité objective. Pour un observateur extérieur cependant, ceux-ci semblent s'adonner à une communication ésotérique avec un petit groupe d'initiés». En contexte scolaire traditionnel, l'accent semble en effet être mis sur une forme ésotérique ou autoréférentielle de communication, laquelle met en jeu un enchaînement de symboles conventionnels écrits et oraux. Dans une classe «investigative», par contre, l'enseignant ou l'enseignante et les élèves développent conjointement au cours de leurs interactions une certaine réalité mathématique, leurs expériences personnelles établissant une réalité mathématique objectivée.

Construction individuelle et acculturation mathématique

Un aspect qui n'a cessé de nous préoccuper est celui de l'articulation des dimensions cognitive et sociale dans l'apprentissage mathématique des enfants. D'un côté, on peut utiliser une perspective «cognitive» qui met de l'avant la primauté des expériences mathématiques des enfants, et qui s'attache par conséquent à leurs façons personnelles de connaître (Glasersfeld, sous presse). De ce point de vue, on peut caractériser l'apprentissage mathématique comme un processus de résolution de problèmes dans lequel les enfants réorganisent leur activité mathématique de façon à résoudre ce qu'ils considèrent problématique dans leurs mondes expérientiels. D'un autre côté, on peut considérer l'apprentissage mathématique comme un processus d'acculturation aux pratiques mathématiques institutionnalisées par la société. Selon cette perspective, une procédure particulière adoptée par un enfant pour résoudre ce qu'il considère personnellement problématique n'est pas nécessairement aussi bonne qu'une autre. Ainsi, lorsque nous mettons en œuvre nos expériences d'enseignement en classe, nous cherchons nous-mêmes à favoriser certaines constructions conceptuelles et tentons d'orienter le développement mathématique des enfants dans certaines directions plutôt que d'autres.

Cette tension entre l'apprentissage mathématique en tant que construction individuelle et en tant que processus d'acculturation ne constitue pas une fantaisie théorique. Bien au contraire, elle se manifeste dans l'activité même des enseignants et des enseignantes lorsqu'ils tentent d'enseigner selon l'approche investigative et cherchent à développer des pratiques pédagogiques compatibles avec le constructivisme. Lampert (1985) reprend succinctement ce point lorsqu'elle soutient que son travail comme enseignante de mathématiques implique:

> Un va-et-vient constant entre des tendances opposées où ni l'une ni l'autre ne peut prétendre être le vainqueur. Mon travail comporte ainsi une tension entre le fait de devoir amener les élèves à performer tout en leur procurant un environnement d'apprentissage significatif, et une tension entre le fait de devoir couvrir le programme tout en visant une compréhension individuelle (Lampert, 1985, p. 103).

Comme en témoignent les commentaires de Lampert sur l'obligation d'«amener les élèves à performer» et sur l'impératif de «couvrir le programme», la caractérisation de l'apprentissage en tant que processus d'acculturation trouve son expression la plus claire dans les contrôles et les sanctions établis afin de s'assurer que les enseignants et les enseignantes remplissent certaines obligations envers l'école, en tant qu'institution sociale, et envers la société au sens large. Cette tension avec laquelle les enseignants et les enseignantes doivent composer nous est apparue très réelle lorsque nous avons commencé nos expériences d'enseignement et que nous avons aidé les enseignants et les enseignantes à mettre en œuvre une approche investigative dans leurs classes. Par exemple, afin d'obtenir la permission de mener nos expériences, nous avons dû souscrire à l'ensemble des objectifs mis de l'avant par les écoles du district concerné (pour l'enseignement des mathématiques de deuxième et de troisième années), et ce, peu importe que ces objectifs aient été justifiables ou non par rapport à nos croyances sur ce qui mérite d'être fait et appris mathématiquement ou encore en regard des analyses contemporaines de l'apprentissage mathématique des enfants. De plus, des tests évaluatifs standardisés dits d'habiletés fondamentales, tests mandatés par l'État, ont été administrés à tous les enfants au deuxième tiers de l'année scolaire. Les enfants qui ont échoué à ces tests ont dû s'inscrire à des cours d'été et, si nécessaire, reprendre au même niveau l'année suivante. De notre point de vue, il était donc nécessaire que les élèves de troisième année soient capables d'additionner et de soustraire des nombres à trois chiffres au cours du mois de mars de l'année scolaire. Nous avons en somme vécu cette tension, alors même que nous favorisions chez les enfants une construction d'algorithmes de calcul personnels et significatifs, faisant preuve d'une sophistication croissante et témoignant d'un développement conceptuel eu égard à la numération positionnelle.

Lorsqu'on considère la tension précitée sous l'angle théorique, on remarque d'abord que les écrits de Piaget à ce sujet ont été fréquemment critiqués, souvent injustement à notre avis, en ce qu'ils négligent supposément la dimension socioculturelle de la cognition. On a également assisté au cours des dernières années à une opposition de plus en plus marquée envers le courant individualiste qui caractérise le courant psychologique américain. Dans ce climat intellectuel, une pléthore de théories socioculturelles s'appuyant sur le travail de Vygotsky et celui des théoriciens soviétiques de l'«activité» ont acquis une influence de plus en plus grande aux États-Unis. De telles théories s'appuient typiquement sur l'observation voulant que l'évolution des idées et des théories mathématiques généralement acceptées aujourd'hui a historiquement mis en évidence surtout les intuitions de certains «génies mathématiques». Dans cette perspective, les théoriciens constructivistes et les théoriciens du socioculturel admettent sans réserves que la construction et la validation des concepts mathématiques constituent des activités collectives aussi bien qu'individuelles, et qu'elles s'effectuent par l'intermédiaire d'un processus d'argumentation à l'intérieur d'une communauté. Ces deux groupes de théoriciens mettent par ailleurs de l'avant une conception des mathématiques qui se réfère à un ensemble de concepts, de modèles et de conventions socialement partagés, qui s'appuie sur un répertoire plus ou moins articulé de postulats et de suppositions. Les deux groupes suggèrent par conséquent que les enseignants et les enseignantes doivent aider les élèves à apprendre à utiliser des symboles et des modèles tout en construisant des concepts mathématiques.

Ce qui sépare cependant les théoriciens constructivistes et les théoriciens du socioculturel a trait au rôle que jouent les outils culturels que constituent les symbolismes et les modèles dans le développement conceptuel des élèves. Du point de vue de la perspective socioculturelle, un enseignant ou une enseignante qui montre aux élèves comment s'engager dans les pratiques de la communauté mathématique en utilisant adéquatement les symbolismes, les modèles et les conventions mathématiques introduit simultanément ces derniers aux idées et aux concepts théoriques de la discipline (Davydov, 1988). En ce sens, les élèves qui s'engagent dans des pratiques mathématiques qui impliquent symbolismes, modèles et conventions doivent nécessairement construire les concepts socialement partagés par la communauté mathématique. C'est pourquoi les théoriciens du socioculturel décrivent parfois ces symbolismes, ces modèles et ces conventions comme des «médiateurs objectifs» véhiculant la signification mathématique d'une génération à la suivante.

Ce type d'argumentation est intenable dans une perspective constructiviste, et ce, même si l'on s'en tient aux aspects sociaux et culturels de l'activité mathématique, parce qu'il assume que l'usage de symbolismes et de modèles peut être isolé d'un réseau consensuel complexe de postulats, de suppositions et de construits qui leur donnent sens et signification à l'intérieur de la culture d'une communauté mathématique établie. En d'autres termes, l'argument sous-jacent à un enseignement élaboré en vue d'utiliser adéquatement les outils culturels n'est plausible que s'il est possible de montrer que ces outils véhiculent sans aucune altération (de la communauté mathématicienne à la communauté scolaire) un réseau interrelié de concepts et de postulats fondateurs. Selon la perspective constructiviste, les théoriciens du socioculturel, dans leurs tentatives de transcender les limites d'une approche purement cognitive, adoptent une position extrême et caractérisent l'apprentissage comme n'étant à la limite qu'un processus d'acculturation.

Les approches socioculturelles qui subordonnent les processus individuels aux processus socioculturels peuvent être contrastées avec la conception selon laquelle ni la dimension individuelle ni la dimension socioculturelle de l'activité mathématique ne peuvent avoir priorité l'une sur l'autre. La finalité éducative ne peut donc consister à introduire une culture mathématique préétablie dans la classe. Il s'agit plutôt d'orienter le développement du raisonnement individuel de l'enfant et l'évolution collective des pratiques mathématiques de la classe de façon que ceux-ci deviennent de plus en plus compatibles avec ceux de la société. Les pratiques mathématiques établies par la classe ne peuvent donc, dans ce contexte, être considérées comme des entités pouvant être introduites de l'extérieur. Elles sont plutôt envisagées comme des coconstructions créées conjointement par l'enseignant ou l'enseignante et par les élèves au cours de leurs interactions. Lorsque nous analysons des enregistrements vidéo de pratiques scolaires, un de nos buts est ainsi d'expliquer comment l'enseignant ou l'enseignante et les élèves en arrivent à négocier des façons de plus en plus sophistiquées d'interpréter et d'agir avec des symboles arithmétiques conventionnels, telle l'écriture des nombres à plusieurs chiffres.

Pour les théoriciens du socioculturel, le point central consiste à expliquer comment les élèves apprennent à fonctionner dans les pratiques mathématiques de la société et comment ils acquièrent, ce faisant, son héritage culturel, les mathématiques étant considérées comme un «savoir culturel objectif». Par opposition, notre préoccupation première est d'expliquer à la fois l'évolution du raisonnement individuel des élèves et celle des pratiques mathématiques de la classe en tant que communauté. Une telle approche reflète la vision selon laquelle les activités mathématiques individuelles des élèves et les pratiques mathématiques établies par la classe sont réflexivement interreliées. En mettant de l'avant cette dernière relation, nous ne soulignons pas seulement l'interdépendance des actions mathématiques individuelles et collectives, nous prétendons de plus que l'une n'existe tout simplement pas sans l'autre. D'une part, l'enseignant ou l'enseignante et les élèves se trouvent à regénérer conjointement les pratiques mathématiques de la classe lorsqu'ils coordonnent leurs activités individuelles. D'autre part, la participation des élèves dans l'établissement de ces pratiques se trouve à la fois à contraindre et à habiliter leurs activités individuelles.

Ce qui précède met l'accent sur la relation entre les aspects individuels et collectifs de l'activité mathématique, ainsi que sur l'émergence de systèmes de significations dans la classe. Un théoricien du socioculturel pourrait donc objecter que nous ignorons les pratiques et les significations mathématiques telles qu'institutionnalisées par la société. Le meilleur moyen de traiter ce point est, selon nous, de considérer maintenant un exemple de développement d'activités pédagogiques appropriées à une approche investigative des mathématiques en classe. En procédant ainsi, nous clarifierons le rôle attribué à l'enseignant et à l'enseignante dans l'orientation du développement cognitif individuel des élèves et dans l'établissement des pratiques mathématiques de la classe.

Développement pédagogique

Selon la perspective constructiviste, le défi soulevé par le développement d'activités pédagogiques dans le cadre d'une approche investigative des mathématiques est de permettre l'émergence «d'entités mathématiquement signifiantes» qui s'articulent sur les propres efforts de construction des enfants au cours des interactions sociales en classe. Par «entités mathématiquement signifiantes», nous voulons dire bien entendu «entités signifiantes en regard des pratiques mathématiques de la société». En ce sens, l'apprentissage mathématique constitue bel et bien un processus d'acculturation. Toutefois, en soulignant que l'activité de construction des enfants est la source de ces entités mathématiques, nous mettons l'accent sur le fait que l'apprentissage est aussi un processus de construction individuelle. Enfin, la référence aux interactions sociales signifie que les enfants font ces constructions alors qu'ils participent aux pratiques mathématiques d'une communauté, celle de la classe. L'apprentissage individuel et l'évolution collective des pratiques sont donc indissociablement liés.

Une séquence de brefs épisodes tirés d'une expérience d'enseignement dans une classe de troisième année, expérience réalisée dans un milieu rural-suburbain avec des enfants de huit ans, sera présentée pour illustrer ce qui précède. Nous ne faisons ici que des modifications mineures à une séquence d'activités pédagogiques développée par Streefland (1991). Ces activités ont été conçues pour favoriser l'émergence de la notion d'équivalence entre différentes fractions, l'établissement de cette notion d'équivalence résultant à la fois de l'activité individuelle des enfants et de la discussion effectuée à ce sujet. Les tâches initiales de cette séquence d'activités avaient trait à un partage équitable de pizzas entre plusieurs personnes. Dans une de ces tâches initiales, les enfants, en équipe de deux, devaient partager deux pizzas entre quatre personnes. L'énoncé de la tâche s'accompagnait d'une illustration représentant deux cercles, correspondant aux deux pizzas.

Les explications fournies par les enfants au cours de la discussion en classe ont indiqué que certains groupes avaient partagé les pizzas en moitiés, alors que d'autres groupes les avaient divisées en quarts. L'enseignante avait pris note de ces solutions en écrivant au tableau «1/2» et «1/4 + 1/4» pour symboliser la portion que chaque personne recevrait. Un enfant a commenté alors la deuxième solution comme suit.

Richard - Oui, mais au lieu de ça (en indiquant le dessin des pizzas divisées en quarts), tu vas avoir deux morceaux, ou bien tu vas avoir une grosse moitié?

L'enseignante - Vont-ils recevoir la même quantité?

Richard et Dawn - Oui.

Richard - Oui, ils vont recevoir la même quantité. Les deux égalent une moitié.

L'enseignante - Que peux-tu tirer de cela? As-tu une idée?

Richard - Ça représente la même chose; c'est juste fait différemment.

L'enseignante - Donc, deux quarts sont la même chose ou équivalent à une moitié, d'accord?
(Ce faisant, elle écrit au tableau «1/4 + 1/4 = 1/2»).

Ici, le problème de l'équivalence entre différents fractionnements a en quelque sorte émergé naturellement dans la mesure où la question de savoir si une personne recevait la même quantité de pizza dans les deux cas était une question personnellement signifiante et pertinente pour les enfants. De façon générale, lorsque nous parlons d'un événement «naturel» dans la classe, nous voulons dire que cet événement a été vécu comme un développement naturel de l'activité par les enfants, au sens où il a émergé de leur activité d'une façon à la fois signifiante pour eux et pertinente au sujet à l'étude. Notons également que l'enseignante a reformulé verbalement la réponse de Richard (en parlant des deux quarts comme étant équivalents à une moitié), et ce, tout en utilisant simultanément les symboles écrits conventionnels pour noter au tableau les solutions. Nous reviendrons sur ce point lorsque les autres épisodes auront été présentés.

Dans une tâche subséquente, les enfants devaient partager quatre pizzas entre huit personnes. Les solutions proposées par ces derniers comportaient la division de pizzas en moitiés, en quarts et en huitièmes. Se rapportant à ces solutions, l'enseignante leur a demandé : «Obtenez-vous plus de pizza d'une façon ou d'une autre?»

Jenna - Ça ne fait aucune différence.

John - Bien... d'une certaine façon, c'est la même chose, et d'une autre façon, c'est différent.

L'enseignante - Comment est-ce la même chose?

John - C'est la même chose parce que si tu mets ensemble quatre huitièmes, ça équivaut à une demie.

Ce dernier ajoute plus loin:

John - Je connais une façon de le dire. Quatre plus quatre égale huit et un plus un égale deux.

L'enseignante	-	Quatre plus quatre égale huit. Comment cela peut-il nous aider?
John	-	Cela nous dit que c'est une moitié.
L'enseignante	-	Donc, en d'autres mots, tu dis que si on ajoute quatre huitièmes et quatre huitièmes (elle écrit «4/8 + 4/8 = 8/8»), cela équivaut à huit huitièmes, donc à la pizza entière.
Jenna	-	Oui, mais qu'est-ce qu'on fait avec les quarts? (en parlant de la solution où les pizzas sont divisées en quarts)

La dernière question de Jenna indique que, pour elle, la tâche ne consistait pas simplement en un partage équitable des pizzas, mais requérait également la démonstration de l'équivalence entre différents fractionnements. Ce but initial qui est devenu progressivement partagé n'a pas été attribué aux enfants par l'enseignante ou par les concepteurs des activités. Il a émergé de l'activité mathématique des enfants avec l'aide de l'enseignante.

Il semble de plus que le partage progressif de ce but se soit accompagné d'un changement dans les pratiques mathématiques de la classe. Au début, ces pratiques portaient sur le partage et sur la comparaison de quantités de pizza. L'échange rapporté plus haut suggère que les dessins des pizzas représentent maintenant des fractions d'un entier numérique. Ainsi, ni John ni Jenna n'ont parlé de quantités de pizza, mais plutôt de quarts et de huitièmes. Ce que ces termes peuvent signifier pour eux demeure, bien entendu, une question ouverte. On remarque toutefois des différences qualitatives importantes dans la façon dont les enfants ont individuellement réorganisé l'activité de fractionnement. Ainsi, un enfant a expliqué subséquemment que 3/6 est égal à 1/2 en divisant un cercle en deux parties égales et en divisant une des moitiés en trois parties égales qu'il a appelées «sixièmes». Un autre enfant a expliqué toutefois:

> Moi, je le fais à l'envers. [...] Six sixièmes [...] la demie de six sixièmes est trois sixièmes et ça doit donc donner [...] puisque six sixièmes est le tout, alors trois sixièmes est la moitié.

Il semble que cet enfant ait intériorisé l'activité de division à un degré considérable et qu'il puisse composer et décomposer mentalement des unités fractionnaires. Ces différences qualitatives dans les interprétations mathématiques des enfants ont permis que le processus de détermination d'une équivalence entre divers fractionnements puisse devenir en lui-même un sujet de conversation.

Nous voudrions souligner que les activités pédagogiques discutées plus haut ne sont que les premières d'une séquence d'activités développées par Streefland (1991). Elles sont néanmoins suffisantes pour nous permettre d'aborder trois aspects concernant le développement d'instruments didactiques. D'abord, les premières activités d'une séquence doivent proposer des situations «réelles» par rapport au vécu expérientiel des enfants, rendant ainsi possible pour eux l'engagement immédiat dans des activités mathématiques informelles (Treffers, 1987). Dans le cas de la séquence précitée, par exemple, l'activité de partage de pizzas pouvait être considérée comme expérientiellement réelle pour les enfants. Deuxièmement, en accord avec la vision selon laquelle l'apprentissage mathématique est conçu à la fois comme un processus d'acculturation et un processus de construction individuelle, les activités pédagogiques doivent pouvoir se justifier en fonction des finalités potentielles de la séquence d'apprentissage. Par conséquent, il est essentiel que l'activité initiale informelle des enfants constitue une base à partir de laquelle ils pourront se livrer ensuite à une abstraction réflexive et ainsi effectuer une transition vers une activité mathématique plus formelle, personnellement signifiante. Nous voudrions souligner ici que les enfants mathématisent progressivement leur activité dans une situation particulière, plutôt qu'ils ne mathématisent cette situation elle-même, et que cette mathématisation implique une intégration et une intériorisation de l'activité (Piaget, 1980). Dans la séquence précédente, par exemple, les enfants qui étaient capables de composer et de décomposer mentalement des fractions avaient intégré l'activité de fractionnement. Troisièmement, l'enseignant ou l'enseignante doit être en mesure de capitaliser sur les interprétations, sur les solutions et sur les explications des enfants lorsqu'il ou elle oriente le développement des pratiques mathématiques de la classe. Ce n'est qu'ainsi qu'il pourra remplir ses obligations envers l'école et la société au sens large sans pour autant canaliser ou diriger les enfants vers les solutions prédéterminées qu'il a en tête (Bauersfeld, 1980; Voigt, 1985). Les mathématiques, telles qu'elles sont réalisées dans la classe, constitueront alors un véritable processus d'argumentation plutôt qu'un jeu stérile de devinettes.

Le dernier des trois points susmentionnés est particulièrement significatif en ce qu'il regroupe des éléments relatifs aux constructions individuelles des élèves, à l'acculturation mathématique, aux interactions sociales en classe et à la nature des activités pédagogiques. L'épisode choisi illustre deux façons selon lesquelles l'enseignante a tiré parti de l'activité des enfants. Premièrement, elle a été capable de soulever le problème de l'équivalence de différents fractionnements en demandant simplement : «Obtenez-vous plus de pizza d'une façon ou d'une autre?» Le fait que l'enseignante ait été capable d'utiliser les solutions des enfants de cette façon n'était pas une question de chance. L'approche sur laquelle s'est basé Streefland pour développer ses activités pédagogiques impliquait en effet une analyse des façons de résoudre les tâches par les enfants individuellement. Cette façon de procéder lui a permis d'anticiper une variété de solutions possibles susceptibles de se présenter éventuellement en classe, incluant celle dans laquelle nous avons mené notre expérience d'enseignement. On notera que cet intérêt qualitatif pour l'activité mathématique des enfants contraste avec l'accent mis par les théoriciens du socioculturel sur les pratiques sociales préétablies, lesquelles dirigent présumément la pensée individuelle.

La deuxième façon selon laquelle l'enseignante a su tirer parti de l'activité mathématique des enfants consistait à reformuler leurs explications en des termes qu'ils n'avaient pas eux-mêmes utilisés, mais qui faisaient néanmoins sens pour eux. Il est important que l'enseignante initie la négociation des significations mathématiques de cette façon, car elle est le seul membre de la classe en mesure de pouvoir juger des aspects de l'activité des enfants qui peuvent être significatifs par rapport aux pratiques mathématiques de la société. Dans la mesure où les reformulations de cette enseignante comportaient souvent l'utilisation de symboles écrits, un théoricien du socioculturel pourrait soutenir que ces outils culturels que sont les symboles écrits constituent les véhicules de la signification. Toutefois, des analyses détaillées d'interactions en classe indiquent que les enfants attribuent une signification aux symboles conventionnels utilisés par l'enseignante dans le contexte de leur activité mathématique. Ces analyses indiquent de plus que les enfants contribuent activement aux significations négociées et partagées qui seront attribuées aux symboles par le groupe. Par conséquent, l'assertion selon laquelle la symbolisation «transporte» à l'intérieur de la classe les significations mathématiques institutionnalisées par la société ne résiste pas à un examen attentif. Il semble plus raisonnable de dire que l'usage qu'a fait l'enseignante précitée de symboles conventionnels écrits pour représenter aux enfants leur activité mathématique sous une autre forme a constitué une façon selon laquelle celle-ci a pu orienter à la fois la mathématisation de leur activité initiale informelle et l'établissement par le groupe de pratiques mathématiques de plus en plus sophistiquées. En somme, alors que la théorie socioculturelle met de l'avant un transfert de significations d'une génération à la suivante, le constructivisme met de l'avant un processus qui favorise l'émergence de systèmes individuels et collectifs de significations dans la classe.

Une perspective pour l'avenir

Nous avons tenté jusqu'à maintenant de clarifier ce que nous entendons par une approche «investigative» des mathématiques en classe. Nous avons également souligné l'importance de développer des activités pédagogiques qui permettent à l'enseignant ou l'enseignante de guider l'émergence d'éléments mathématiquement signifiants par les élèves en s'appuyant sur leur propre activité mathématique. Le lecteur attentif ou la lectrice attentive aura toutefois remarqué que, bien que nous ayons pris en considération les points de départ et les points potentiels d'arrivée d'une séquence d'apprentissage, peu de choses ont été dites concernant les activités pédagogiques susceptibles d'orienter la transition entre une résolution informelle des problèmes et une activité mathématique plus formalisée. Des observations effectuées lors d'une récente expérience d'enseignement en classe indiquent que les activités pédagogiques dans lesquelles les élèves sont encouragés à créer leurs propres représentations de leur activité mathématique informelle peuvent être utiles à cet égard. Nous collaborons actuellement avec des chercheurs de l'Institut Freudenthal (Pays-Bas) afin de mettre à l'épreuve l'hypothèse selon laquelle ces systèmes de représentation informels vont éventuellement évoluer vers des modèles d'activités mathématiques plus formalisées (Gravemeijer, 1991; Treffers, 1991). Cette symbolisation n'est pas restreinte aux symboles écrits conventionnels, mais peut inclure des images, des diagrammes et des schèmes de notation non standards. Sur le plan cognitif, il semble que l'usage par les élèves de ces symbolisations qui prennent en considération leur activité initiale favorise une métaréflexion et une mathématisation progressive de leur activité. Sur le plan social, le développement de telles symbolisations est susceptible de fournir des occasions qui permettront à des actes conceptuels cruciaux de devenir des sujets explicites de discussion. Dans la mesure où cette approche se révèle viable, l'activité mathématique formelle des élèves impliquera la manipulation conceptuelle d'objets mathématiques rattachés à leur vécu expérientiel, leurs modèles initiaux richement imagés pouvant alors fournir un solide ancrage. Des séquences de ce type auraient l'avantage de permettre aux enseignants et aux enseignantes de remplir leurs obligations pédagogiques tout en s'appuyant sur des raisonnements mathématiques conçus au cours de véritables discussions.

Malgré ses promesses pragmatiques, l'approche que nous proposons comporte un défi à la façon dont les constructivistes, incluant nous-mêmes, ont eu tendance à caractériser la relation entre la pensée et le langage. Selon Walkerdine (1988), le langage et la symbolisation n'auraient ainsi que peu de rôles à jouer dans les processus (abstraction réfléchissante, intégration, intériorisation) auxquels ont recours les constructivistes pour rendre compte du développement conceptuel en mathématiques. Il semble qu'à l'instar d'autres constructivistes, nous ayons quelquefois identifié le langage et ses caractérisations positivistes avec l'activité langagière elle-même. En dénonçant les premières, nous avons parfois supposé que la seconde ne jouait aucun rôle dans la construction, par les élèves, de concepts mathématiques de plus en plus sophistiqués. Alors que les théoriciens du socioculturel ont tendance à considérer les symboles et les autres outils culturels comme des véhicules préétablis de la signification, nous avons tendance à considérer que la construction conceptuelle précède nécessairement la symbolisation. Le défi qui se pose est de transcender ces visions dichotomiques de la relation entre le langage et la conceptualisation. Dans cette perspective, il pourrait être intéressant d'envisager les façons de symboliser comme étant à la fois des activités de construction individuelles et des pratiques collectives établies par la classe. Un de nos intérêts actuels consiste ainsi à explorer la relation réflexive entre les activités scolaires individuelles et collectives, et donc à explorer la relation entre l'apprentissage et la communication dans la classe.

Note

1. La présente recherche a été subventionnée par la National Science Foundation (subvention n° MDR 885-0560) et par la Fondation Spencer. Les opinions exprimées ne reflètent pas nécessairement celles des organismes précités. Plusieurs notions centrales présentées ici ont

été élaborées au cours de discussions avec Heinrich Bauersfeld, Götz Krummheuer et Jörg Voigt de l'Université de Bielefeld (Allemagne) et Koenc Gravemeijer de l'Institut Freudenthal de l'Université d'Utrecht (Pays-Bas). La traduction française de cet article a été réalisée par Benoît Gagné, étudiant au Département de didactique de l'Université Laval.

Abstract – We first distinguish between the school mathematics tradition typically established in textbook-based classrooms and the inquiry mathematics tradition established in classrooms where instruction is compatible with constructivism. We then focus on the inquiry mathematics tradition and consider the theoretical and pragmatic tensions inherent in the view that mathematical learning is both a process of active individual construction and a process of acculturation. Particular attention is given to the ways in which both constructivist and sociocultural theorists address this issue. Finally, we discuss the development of instructional activities for inquiry mathematics classrooms.

Resumen – Primero distinguimos el enfoque tradicional de las matemáticas tipicas de las clases, cuyo funcionamiento se apoya en la utilización de manuales, del enfoque «investigativo» utilizado en las clases, cuyo funcionamiento es compatible con la perspectiva construccionista. Luego acentuamos este enfoque «investigativo» y analizamos las tensiones teóricas y pragmáticas que surgen al mirar la concepción del aprendizaje de las matemáticas que la apoya, tratándose a la vez de un proceso activo de construcción individual y de un proceso de aculturación. Se acuerda una atención especial a las formas en que el construccionismo y las teorias socioculturales abordan este aspecto. Finalmente tratamos el desarrollo de ciertas actividades pedagógicas utilizadas en clases de matemáticas de funcionamiento «investigativo».

Zusammenfassung – Zunächst unterscheiden wir die traditionelle Methode der Mathematik, die für die Klassen typisch ist, die sich auf die Verwendung von Fachbüchern stützen, und die «investigative» Methode, die von den Klassen angewandt wird, deren Vorgehen mit der konstruktivistischen Ausrichtung zu vereinbaren ist. Dann gehen wir auf diese «investigative» Methode ein und analysieren die theoretischen und tatsächlichen Spannungen, die sie bezüglich des zugrundeliegenden Begriffs des Erlernens der Mathematik hervorruft, nämlich dass es sich zugleich um einen aktiven Vorgang individuellen Konstruierens und um einen kulturell beeinflussten Prozess handle. Besondere Beachtung wird der Art und Weise geschenkt, mit der Konstruktivismus und die soziokulturellen Theorien an diesen Aspekt herangehen. Schliesslich behandeln wir die Entwicklung gewisser pädagogischer Aktivitäten, die in den Klassen mit «investigativem» Vorgehen angewandt werden.

RÉFÉRENCES

Barnes, B. (1982). *T.S. Kuhn and social science.* New York, NY: Columbia University Press.

Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of a mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 11*, 23-41.

Bauersfeld, H., Krummheuer, G. et Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related microethnographical studies. *In* H.G. Steiner et A. Vermandel (dir.) *Foundations and methodology of the discipline of mathematics education* (p. 174-188). Antwerp: Proceedings of the Theory of Mathematics Education Conference.

Bernstein, R. J. (1983). *Beyond objectivism and relativism: Science, hermeneutics and praxis.* Philadelphia, PE: University of Pennsylvania Press.

Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. *In* H.G. Steiner (dir.) *Theory of mathematics education* (p. 110-119). Occasional paper 54. Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.

Cobb, P., Wood, T. et Yackel, E. (1991). Analogies from the philosophy and sociology of science for understanding classroom life. *Science Education, 75*, 23-44.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E. et McNeal, B. (1992). Characteristics of classroom mathematics traditions: An interactional analysis. *American Educational Research Journal*, *29*, 573-602.

Cobb, P., Yackel, E. et Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. *In* D.B. McLeod et V.M. Adams (dir.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (p. 117-148). New York, NY: Springer-Verlag.

Davis, P. J. et Hersh, R. (1981). *The mathematical experience.* Boston, MA: Houghton Mifflin.

Davydov, V. V. (1988). Problems of developmental teaching (part II). *Soviet Education, 30* (9), 3-83.

Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. *In* Janvier, C. (dir.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (p. 3-18). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Glasersfeld, E. (1990). Environment and communication. *In* L.P. Steffe et T. Wood (dir.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (p. 30-38). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Glasersfeld, E. (sous presse). Abstraction, re-presentation and reflection. *In* L.P. Steffe (dir.), *Epistemological foundations of mathematical experience.* New York, NY: Springer Verlag.

Gravemeijer, K. P. E. (1991). An instruction-theoretic reflection on the use of manipulatives. *In* L. Streefland (dir.), *Realistic mathematics education in primary school* (p. 57-76). Utrecht, Pays-Bas: CD-B Press.

Lampert, M. L. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal, 27*, 29-63.

Lampert, M. L. (1985). How do teachers manage to teach? Perspectives on the problems of practice. *Harvard Educational Review, 55*, 178-194.

Latour, B. (1987). *Science in action.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

McNeal, B. (1991). *The social context of mathematical development.* Thèse de doctorat non publiée. West Lafayette, IN: Purdue University.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons: Social organization in the classroom.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Much, N. C. et Shweder, R. A. (1978). Speaking of rules: The analysis of culture in breach. *New Directions for Child Development, 2*, 19-39.

Piaget, J. (1980). *Adaptation and intelligence: Organic selection and phenocopy.* Chicago, IL: University of Chicago Press.

Peirce, C. S. (1935). *Collected papers of Charles Sanders Peirce* (vol. 5, C. Hartshorne et P. Weise, dir.), Cambridge, MA: Harvard University Press.

Richards, J. (1991). Mathematical discussions. *In* E. Glasersfeld (dir.), *Radical constructivism in mathematics education* (p. 13-52). Dordrecht, Pays Bas: Kluwer.

Rorty, R. (1978). *Philosophy and the mirror of nature.* Princeton, NJ: Princeton University Press.

Solomon, Y. (1989). *The practice of mathematics.* Londres: Routledge.

Steffe, L. P., Cobb, P. et Glasersfeld, E. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies.* New York, NY: Springer-Verlag.

Steffe, L. P., Glasersfeld, E., Richards, J. et Cobb, P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory and application.* New York, NY: Praeger Scientific.

Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education. A paradigm of developmental research.* Dordrecht, Pays-Bas: Kluwer.

Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction* - The Wiskobas Project. Dordrecht, Pays-Bas: Reidel.

Treffers, A. (1991). Meeting innumeracy at primary school. *Educational Studies in Mathematics, 22,* 333-352.

Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en didactique des mathématiques, 6,* 69-118.

Walkerdine, V. (1988). *The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality.* Londres: Routledge.